Определение 2. *Сеть P называется φ-экстремальной, если выполняются равенства* (1) *и* (2).

Определение 3. *Сеть P называется локально φ-минимальной, если*

$$\det\left|\left|\frac{\partial^2\Phi}{\partial P_{kl}^2}\right|\right| > 0.$$

Теорема 2. *Если сеть P — φ-экстремальная, то при условии*

$$\varphi''(t)\varphi'(t) + \frac{1}{4t}(\varphi'(t))^2 > 0$$

сеть P локально φ-минимальна.

Е. А. Грачева, В. А. Клячин

Волгоград, grachevaevg@mail.ru, klchnv@mail.ru

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ АППРОКСИМАЦИИ ПОВЕРХНОСТЕЙ УРОВНЯ

Рассмотрим в области $D \subset R^n$ функцию $f(x)$ класса $C^2(D)$, такую, что

$$M_2 = \sup_D \max_{1\leqslant i,j\leqslant n}\left|\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}\right| < +\infty, \quad \frac{\partial f}{\partial x_n} > 0.$$

Обозначим через L постоянную Липшица векторного поля $\nabla f(x)/|\nabla f(x)|$. Пусть $m_f = \inf_D f(x)$, $M_f = \sup_D f(x)$. Рассмотрим некоторое конечное значение $m_f < c < M_f$ и некоторую точку x^0, $f(x^0) = c$. Введем обозначение множества уровня $I^c = \{x \in D : f(x) = c\}$ функции $f(x)$. Рассмотрим последовательность конечных ε-сетей E^k с $\varepsilon = 1/k$, $k = 1, 2, \ldots$.

Настоящий доклад посвящен задаче C^1-аппроксимации поверхности уровня последовательностью кусочно-аффинных поверхностей, построенных по значениям функции $f(x)$ в узлах ε-сети. Мы предлагаем метод, который не основан на исследовании качества триангуляции множества точек сети.

Введем дополнительные обозначения

$$B^c = \{x : f(x) > c\}, \quad A^c = \{x : f(x) < c\},$$

$$H^+{}_k(c) = B^c \cap E^k, \quad H^-{}_k(c) = A^c \cap E^k.$$

Выберем некоторые два числа $m_f < c_2 < c < c_1 < M_f$ и построим поверхность

$$\Gamma_k(c_1, c_2) = \{x : \operatorname{dist}(x, H^+{}_k(c_1)) = \operatorname{dist}(x, H^-{}_k(c_2))\}.$$

Определим величину

$$\delta(c_1, c_2) = \min\left\{\inf_{x\in I^{c_2}} \operatorname{dist}(x, I^{c_1}), \inf_{x\in I^{c_1}} \operatorname{dist}(x, I^{c_2})\right\}.$$

Ясно, что $\delta(c_1, c_2) \to 0$ при c_1, $c_2 \to c$.

Теорема 1. *Пусть задана последовательность ε сетей E^k с $\varepsilon = 1/k$. Если $c_1, c_2 \to c$ так, что $\delta(c_1, c_2) \geqslant \sqrt{\varepsilon}$, то $\Gamma_k(c_1, c_2)$ C^1-сходится к I^c.*

Пусть $S = S_1 \cup S_2$, где $S_1 = H^+{}_k(c_1)$, $S_2 = H^-{}_k(c_2)$. Обозначим через $\sigma(S_1, S_2)$ множество ребер диаграммы Вороного конечного множества S, общих для пар многоугольников $V(p_i)$ и $V(p_j)$ этой диаграммы, где $p_i \in S_1$ и $p_j \in S_2$. Совокупность ребер $\sigma(S_1, S_2)$ называется *разделяющей цепью.*

Алгоритм построения ломаной линии $\Gamma_k(c_1, c_2)$, которая аппроксимирует линию уровня I^c в соответствии с теоремой 1, основан на следующем утверждении.

Теорема 2. *Разделяющая линия $\sigma(S_1, S_2)$ диаграммы Вороного множества $H^+{}_k(c_1) \cup H^-{}_k(c_2)$ совпадает с $\Gamma_k(c_1, c_2)$.*

Б. И. Голубов

Долгопрудный, golubov@mail.mipt.ru

О ПРЕОБРАЗОВАНИЯХ УОЛША, ПРИНАДЛЕЖАЩИХ ПРОСТРАНСТВАМ L^p, $1 < p < 2$

1. Введение. Преобразование Фурье – Уолша было введено Н. Дж. Файном [1] в 1950 г. Оно обладает свойствами, аналогичными свойствам классического преобразования Фурье, которые наиболее полно изложены в книге Е. Титчмарша [2]. Например, для преобразования Фурье – Уолша $F(f) \equiv \tilde{f}$ функции $f \in L^2(\mathbb{R}_+)$, где $\mathbb{R}_+ = [0, +\infty)$, справедливы формула обращения $F(F(f)) = f$ и равенство Планшереля $\|\tilde{f}\|_2 = \|f\|_2$, где $\|f\|_p$ — L^p-норма функции f на $\mathbb{R}_+$. Если же $f \in L^p(\mathbb{R}_+)$, $1 \leqslant p \leqslant 2$, то $\tilde{f} \in L^q(\mathbb{R}_+)$ и $\|\tilde{f}\|_q \leqslant \|f\|_p$, где $1/p + 1/q = 1$ (см. [3], гл. 9). Последнее неравенство часто называется неравенством Хаусдорфа – Юнга, поскольку они доказали подобное неравенство для рядов Фурье. Н. Я. Виленкин [4] обобщил понятие преобразования Фурье на функции, заданные на нуль-мерной локально компактной абелевой группе. М. С. Беспалов (см. [5], [6]), пользуясь определением Н. Я. Виленкина мультипликативного преобразования Фурье, доказал для этого преобразования несколько теорем, аналогичных результатам для классического преобразования Фурье. Частично результаты из [5], [6] изложены в гл. 6 книги [7].